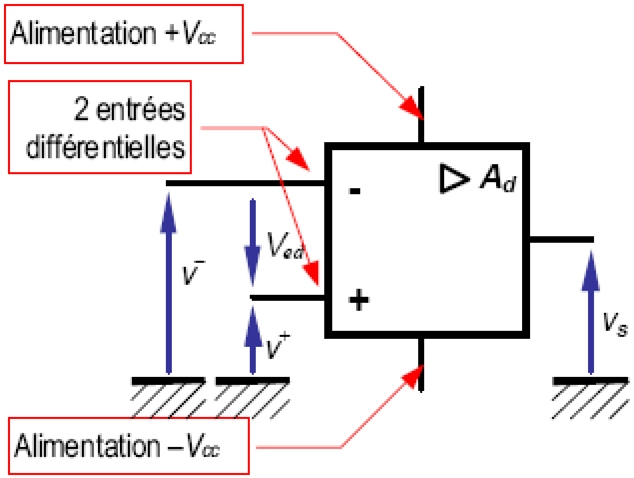
Amplificateur opérationnel

ESTI 2007-2008

Sommaire

Symboles - Notations

- Alimentation double $\pm Vcc$ (de 3 à 50 V) souvent, mais pas nécessairement, symétrique
- 2 entrées :
  - une marquée +, influence non inverseuse
  - l'autre marquée –, influence inverseuse
- Application des tensions v^+ (sur +) et v^- (sur –)
- Tension d'entrée différentielle : $v_{ed} = v^+ - v^-$
- La sortie délivrant la tension *vs*
- Symbole de l'amplification : ▷
- Coefficient d'amplification : *Ad*

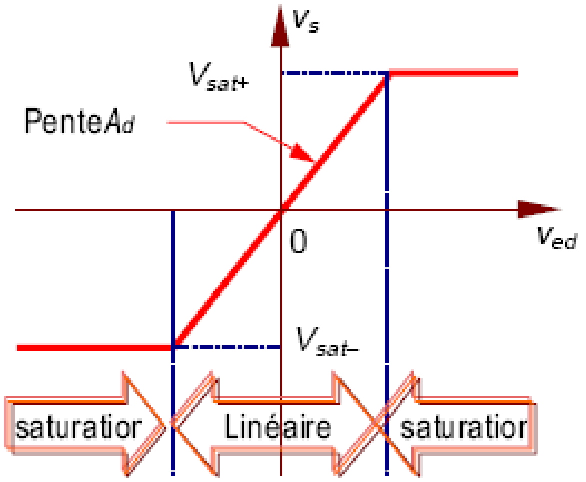


Notations

Amplification différentielle

Caractéristique $v_s = f(v_{ed})$, on relève 2 domaines :

- Domaine linéaire : $v_s = A_d.v_{ed}$ où A_d est l'amplification différentielle, très grande ($>10^5$) donc tendant vers + ∞. Dans ce cas, L'AOP est dit «**idéal**». L'indication ∞ remplace A_d .
- Zones de saturation : vs = cte = V_{sat+} ou V_{sat-}, les tensions de saturation, très proches de la tension d'alimentation si bien que : $vs = \pm V_{cc}$.



Caractéristiques de transfert

Schéma équivalent de l'AOP parfait

On rassemble toutes ces hypothèses d'étude en construisant le schéma équivalent de l'AOP parfait

Ce modèle montre que l'on réalise une source de tension *vs* commandée en tension v_{ed}.

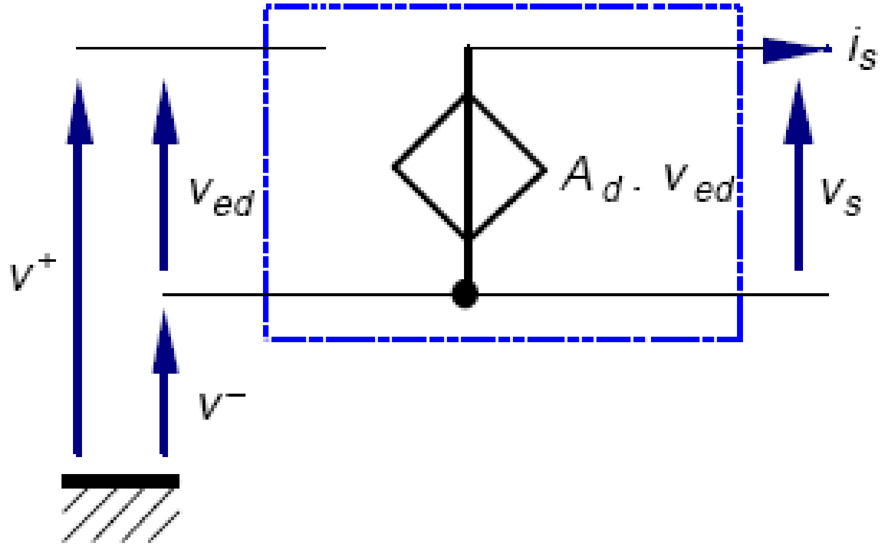


schéma équivalent de l'AOP parfait.

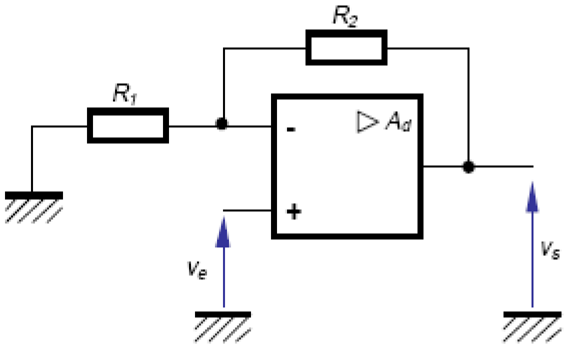
Introduction

$$\left.\begin{aligned} v^+ &= v_e \\ v^- &= \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s = k v_s \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{ed} = v_e - k v_s$$

or $v_s = A_d . v_{ed}$, si bien que $v_s = \dfrac{A_d}{1+kA_d} v_e$

si $A_d \to \infty$, alors $v_s \to k v_e$,

Le fonctionnement est linéaire.



Réaction de la sortie sur l'entrée -

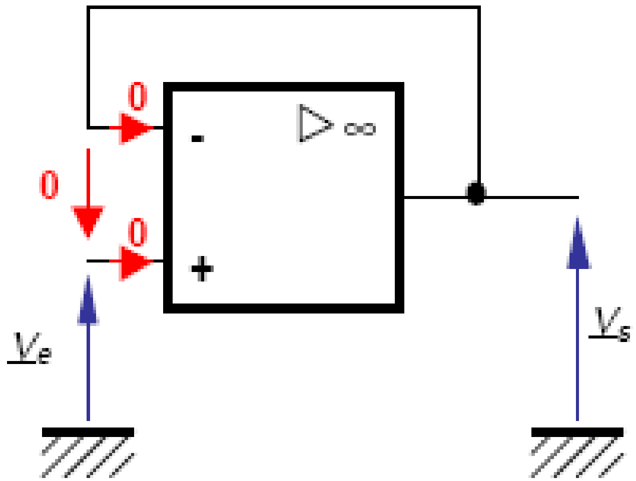
Suiveur de tension

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

Maille entrée-sortie : $\underline{V}_s = \underline{V}_e + \underline{V}_{ed}$

Donc $\boxed{\underline{V}_s = \underline{V}_e}$



Suiveur

Amplification de tension

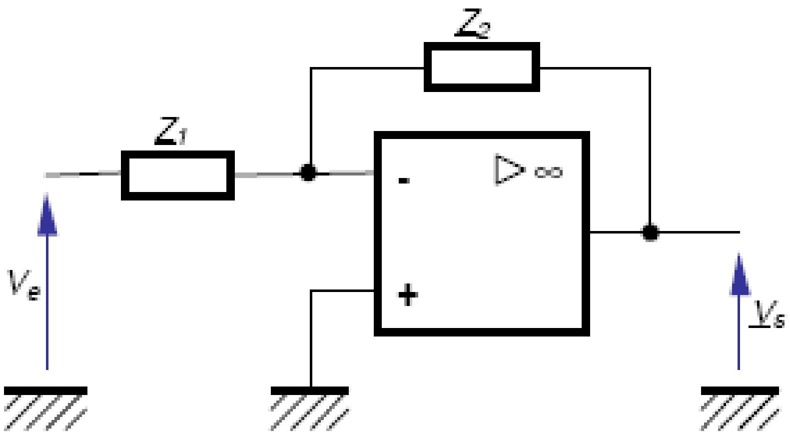
1 . Amplificateur avec inversion

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

Tension borne $-$: $\underline{V}^- = 0 = \dfrac{\underline{V}_e}{\underline{Z}_1} + \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{Z}_2}$

Donc $\boxed{\dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = -\dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}}$



inverseur

Amplification de tension

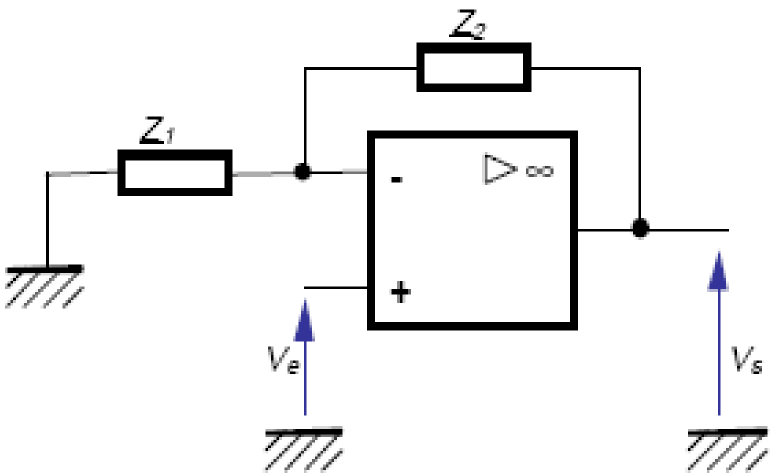
2 . Amplificateur sans inversion

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

Tension borne $-$: $\underline{V}_e(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = 0\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\underline{V}_s$

Donc $\boxed{\dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = 1 + \dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}}$



Non inverseur

Amplificateur de différence (Soustracteur)

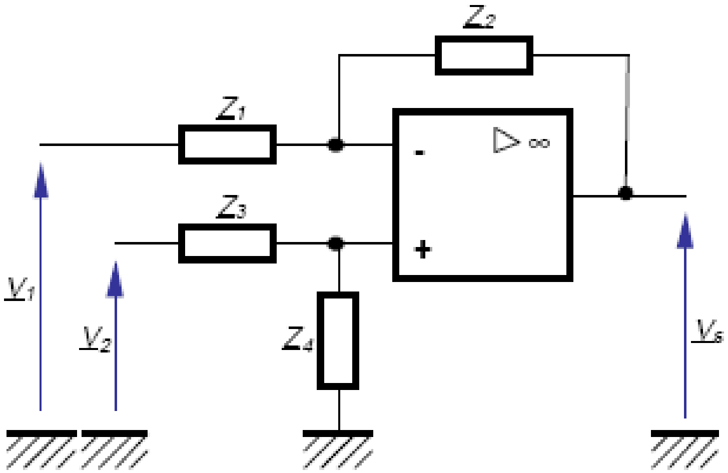
AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} \underline{V}^-(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = \underline{Z}_2\underline{V}_1 + \underline{Z}_1\underline{V}_s \\ \underline{V}^+(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) = \underline{Z}_4\underline{V}_2 \end{array}\right\} \text{or } \underline{V}^+ = \underline{V}^-$$

Donc $$\boxed{\underline{V}_s = \left(\frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}\right)\frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_1}\underline{V}_2 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}\underline{V}_1}$$

Si $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_4$ alors $$\boxed{\underline{V}_s = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}(\underline{V}_2 - \underline{V}_1)}$$



Soustracteur

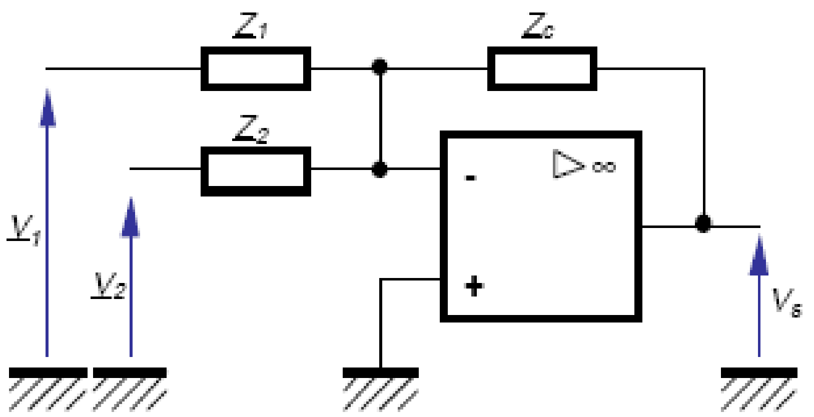
Structure sommatrice (Sommateur)

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

Millman avec $\underline{V}^- = \underline{V}^+$: $\dfrac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} + \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{Z}_c} = 0$

Donc $$\boxed{\underline{V}_s = -\frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_1}\underline{V}_1 - \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_2}\underline{V}_2)}$$



Sommateur

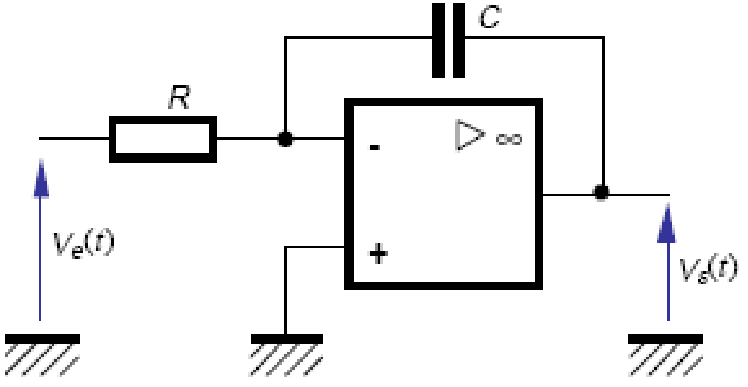
Intégrateur

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

Courant i dans C : $i = C\dfrac{dv_c}{dt} = \dfrac{v_e}{R}$ et $v_c = -v_s$

Donc $\boxed{v_s(t) = -\dfrac{1}{RC}\displaystyle\int v_e(t)dt}$



Intégrateur

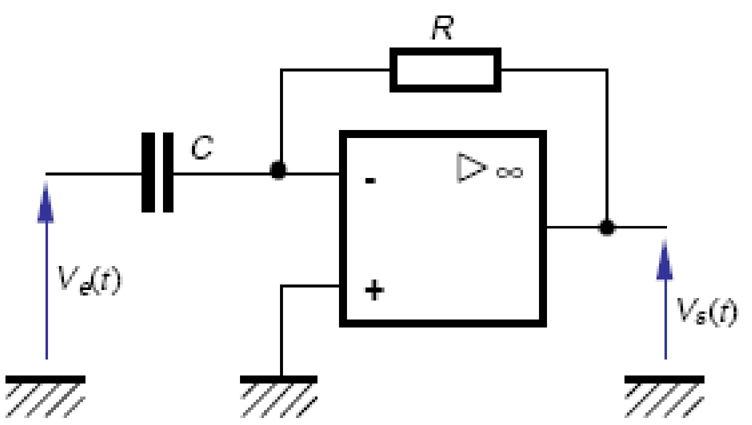
Dérivateur

AOP supposé idéal (en particulier $i^+ = i^- = 0$).

Contre réaction négative $\Rightarrow$ étude en linéaire : $v_{ed} = 0$.

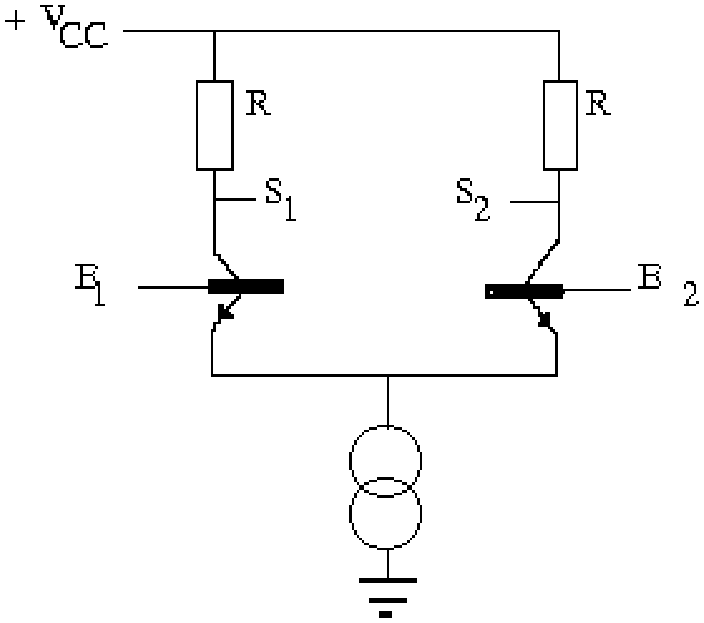
Courant i dans C : $i = C\dfrac{dv_e}{dt} = -\dfrac{v_s}{R}$

Donc $\boxed{v_s(t) = -RC\dfrac{dv_e(t)}{dt}}$



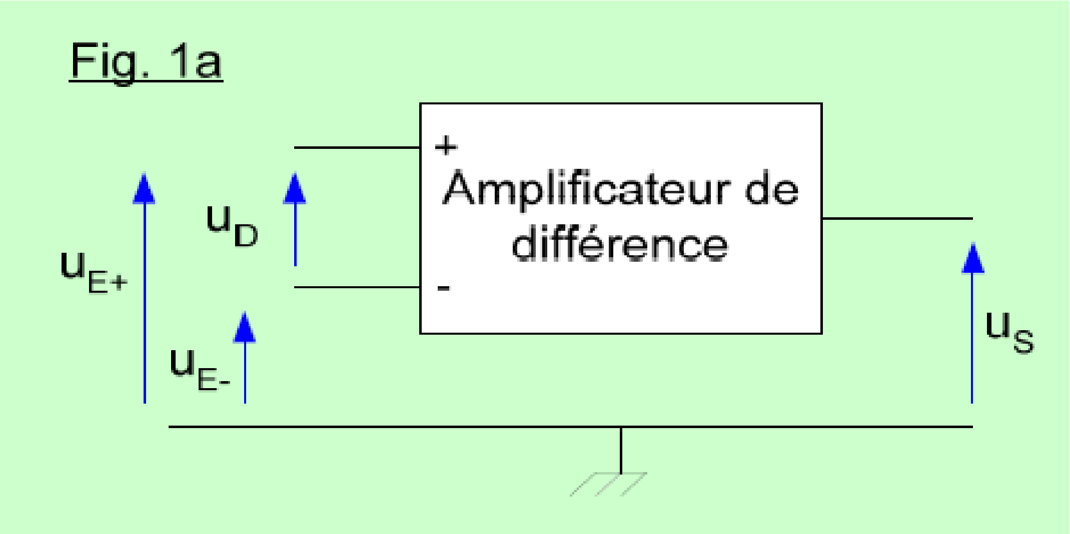
Dérivateur

Amplificateur de difference



1- L'amplificateur de différence (A.D.)

1-1- L'amplificateur de différence idéal



Un amplificateur de différence amplifie la tension différentielle d'entrée $u_D = u_{E+} - u_{E-}$:

$$\boxed{u_S = A_D u_D}$$

A_D = amplification de mode différentiel

1-2- L'amplificateur de différence en pratique

En réalité, les deux entrées ne sont jamais parfaitement symétriques et :

$$u_S = A_+ u_{E+} - A_- u_{E-}$$
$$= \underbrace{\left(\frac{A_+ + A_-}{2}\right)}_{A_D} \underbrace{\left(u_{E+} - u_{E-}\right)}_{u_D} + \underbrace{\left(A_+ - A_-\right)}_{A_C} \underbrace{\left(\frac{u_{E+} + u_{E-}}{2}\right)}_{u_C}$$

$$\boxed{u_S = A_D u_D + A_C u_C}$$

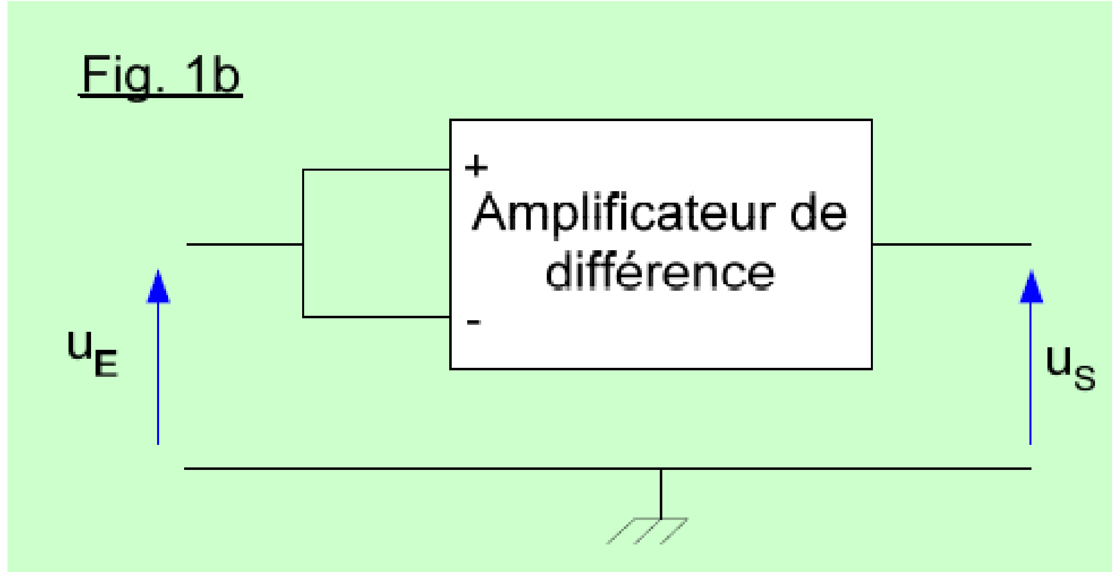
u_C = tension de mode commun

A_C = amplification de mode commun

(A_C = 0 dans le cas idéal)

Si $u_E = u_{E+} = u_{E-}$:

$$\boxed{u_S = A_C u_E = A_C u_C}$$



A.N. $A_D = +10$; $A_C = +0{,}05$

$u_E = +500$ mV. Calculer u_S.

$$u_S = +0{,}05 \times (+500) = +25\ mV$$

(au lieu de 0 mV pour un A.D. idéal)

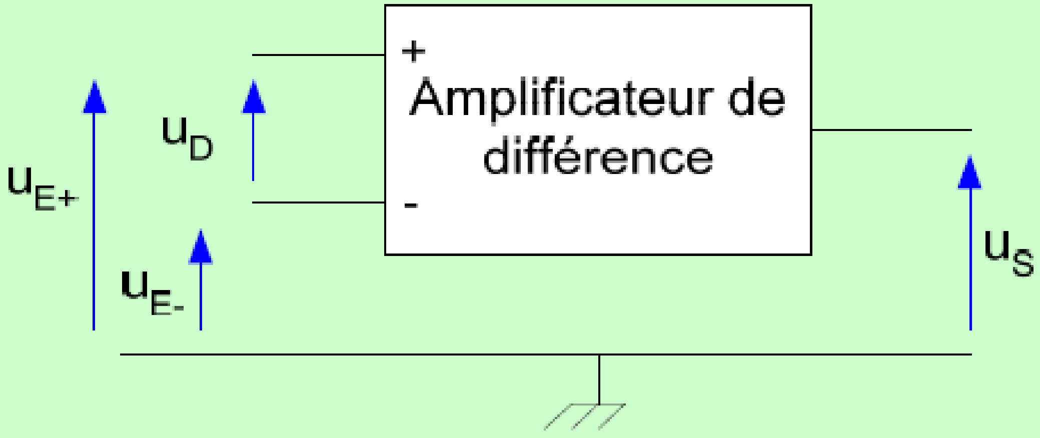
A.N.

$u_{E+} = +490$ mV

$u_{E-} = +510$ mV

Calculer u_S.

Fig. 1



$u_D = -20 \text{ mV}$; $u_C = +500 \text{ mV}$

$u_S = +10\times(-20) + 0{,}05\times(+500) = -200 + 25 = -175 \text{ mV}$

Cas idéal : $u_S = 10\times(-20) \text{ mV} = -200 \text{ mV}$

(12,5 % d'erreur)

A.N.

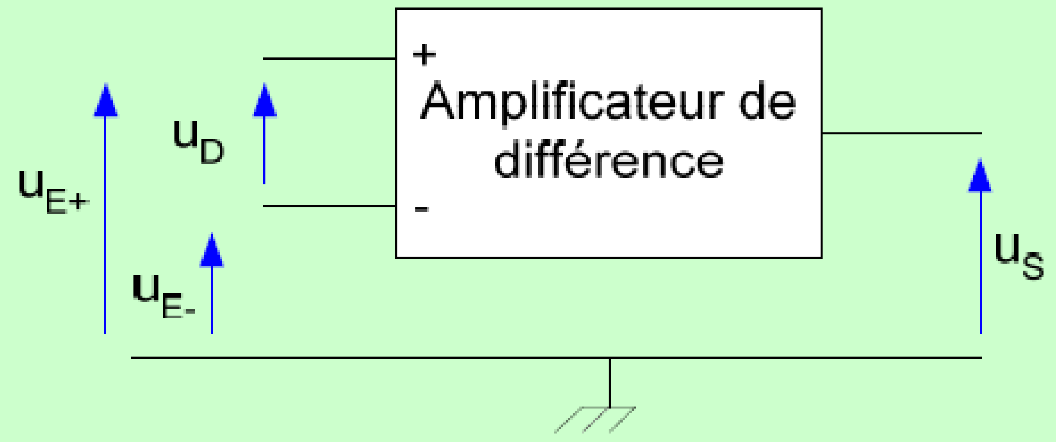
$u_{E+} = +4{,}99$ V

$u_{E-} = +5{,}01$ V

Calculer u_S.

Commentaire ?

Fig. 1



- $u_D = -20\ mV\ ;\ u_C = +5{,}00\ V$

$u_S = +10\times(-0{,}02) + 0{,}05\times(+5) = -0{,}2 + 0{,}25 = +50\ mV$

Cas idéal : $u_S = 10\times(-20)\ mV = -200\ mV$

(125 % d'erreur)

- *Commentaire : la tension de mode commun dégrade les performances de l'A.D.*

1-3- Taux de réjection de mode commun

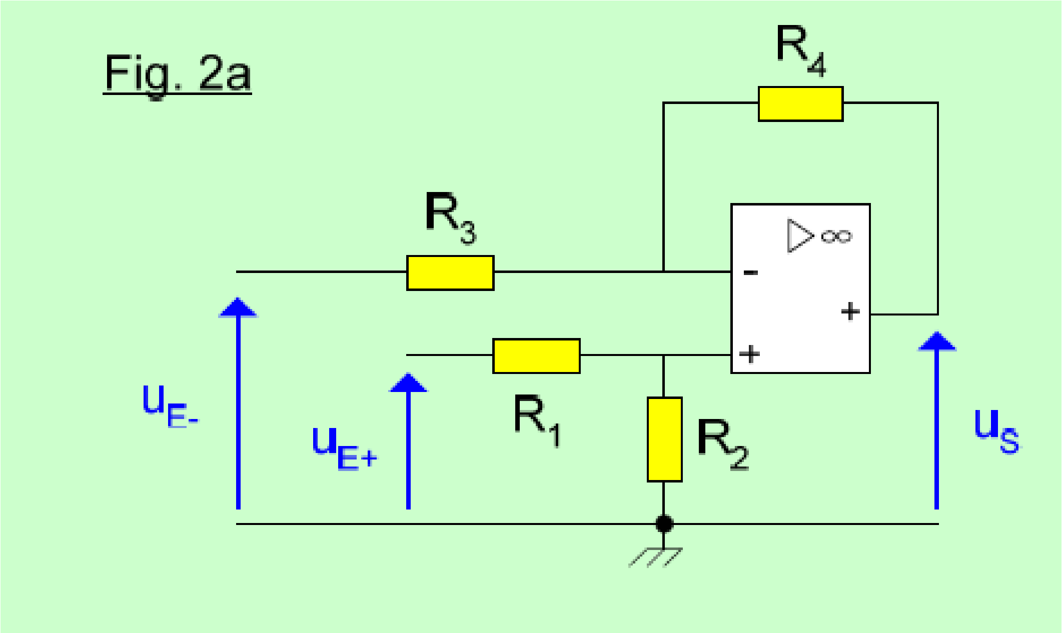
$$\boxed{CMRR = 20\log_{10}\left|\frac{A_D}{A_C}\right|}$$

Le CMRR (**C**ommon **M**ode **R**ejection **R**atio) doit être le plus grand possible.

A.N. $$CMRR = 20\log\left(\frac{10}{0{,}05}\right) = 46\ \text{dB}$$

(c'est mauvais)

1-4- Structure de base de l'amplificateur de différence



On montre que :

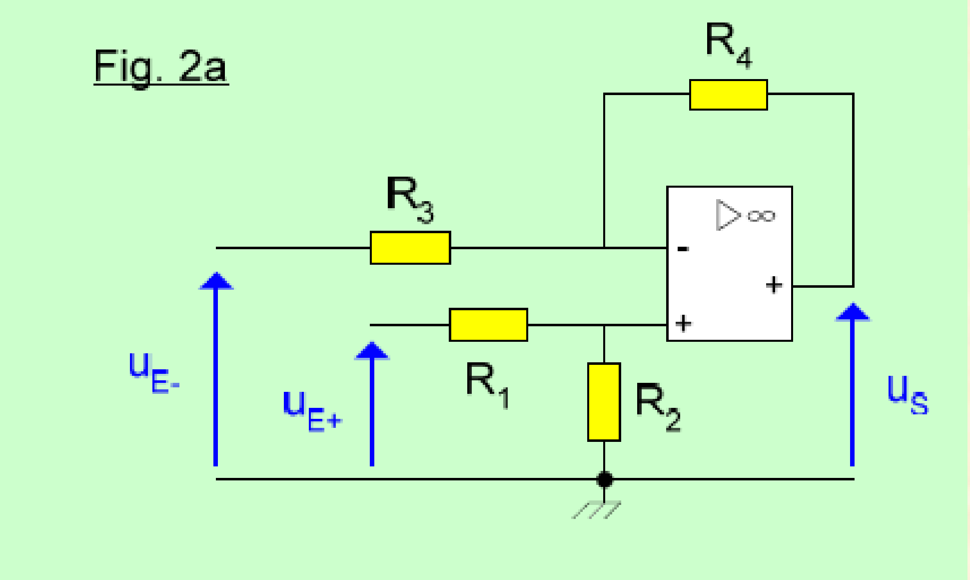
$$u_S = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right)u_{E+} - \left(\frac{R_4}{R_3}\right)u_{E-}$$

• Justification

A.O. en régime linéaire.

Théorème de superposition

1) $u_{E-} = 0$ V



On reconnaît un amplificateur non inverseur :

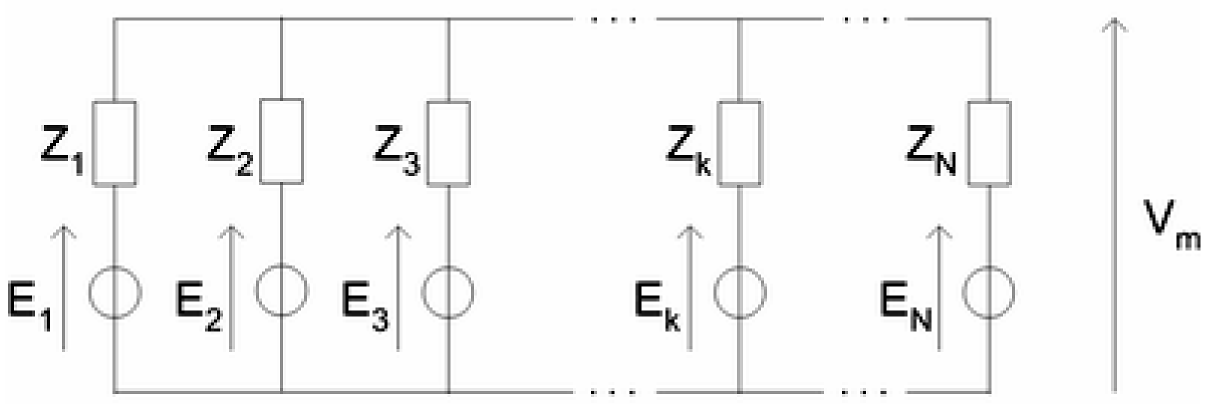
$$u_{S1} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) v_+ = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) u_{E+}$$

2) $u_{E+} = 0$ V donc v+ = 0 V

On reconnaît un amplificateur inverseur : $u_{S2} = -\left(\frac{R_4}{R_3}\right) u_{E-}$

$$\boxed{u_S = u_{S1} + u_{S2} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right) u_{E+} - \left(\frac{R_4}{R_3}\right) u_{E-}}$$

Théorème de Millman



$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^{N} E_k . Y_k}{\sum_{k=1}^{N} Y_k} = \frac{\sum_{k=1}^{N} \frac{E_k}{Z_k}}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{Z_k}}$$

- Autre méthode

A.O. en régime linéaire.

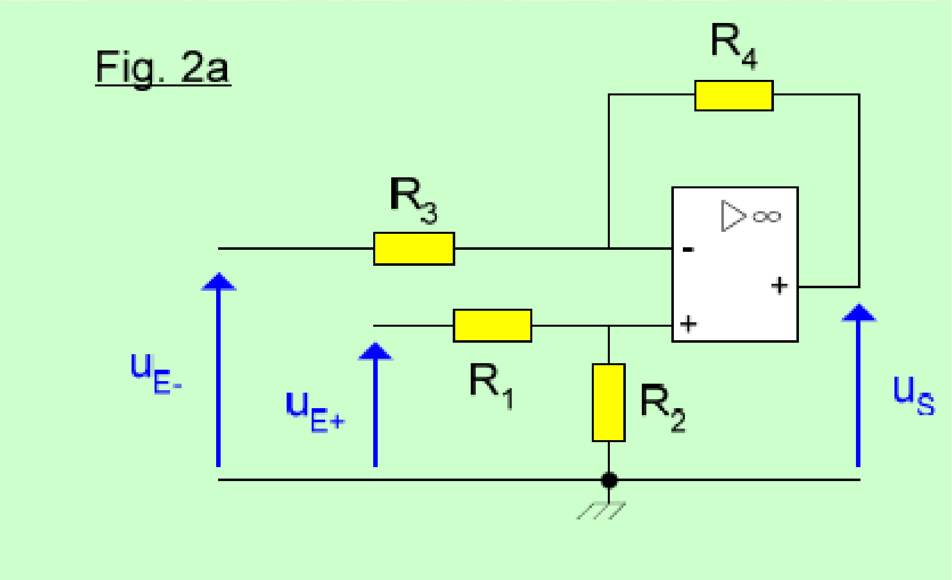
v+ = v-

Théorème de Millman :

$$v_- = \frac{\dfrac{u_{E-}}{R_3} + \dfrac{u_S}{R_4}}{\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}} = \frac{R_4 u_{E-} + R_3 u_S}{R_3 + R_4}$$

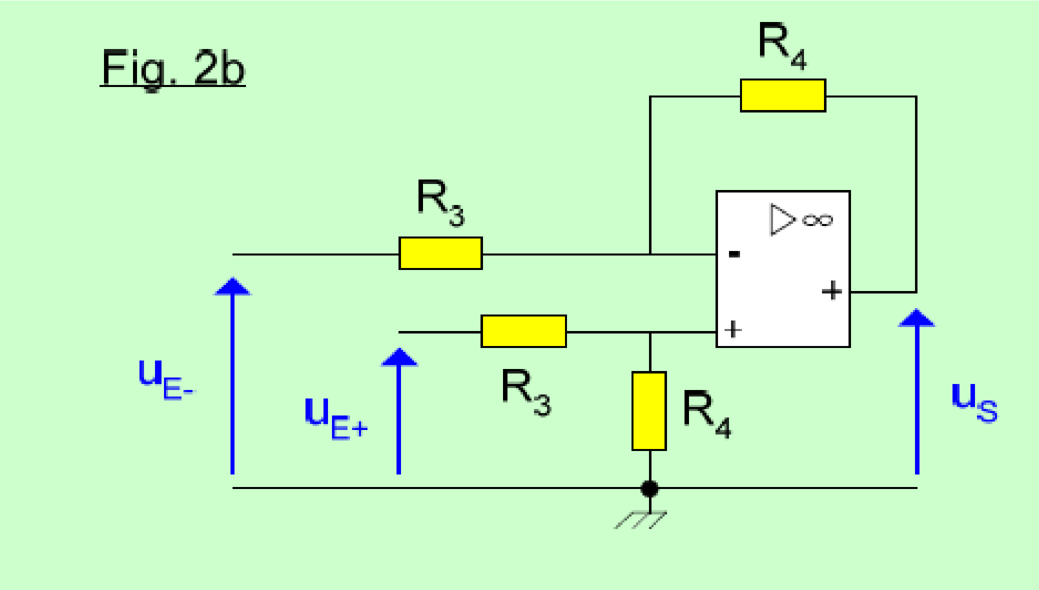
$$v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{E+}$$

$$\boxed{u_S = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right) u_{E+} - \left(\frac{R_4}{R_3}\right) u_{E-}}$$



• Si $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$ alors :

$$u_S = \frac{R_4}{R_3}(u_{E+} - u_{E-})$$



A.N. $R_3 = 1\ k\Omega$; $R_4 = 100\ k\Omega$

Calculer A_D , A_C et le CMRR.

A_D=100 ; $A_C = 0$; CMRR = $+\infty$ (cas idéal)

• En réalité, à cause des tolérances, les résistances ne sont pas rigoureusement égales et $A_C \neq 0$.

Si : $R_1 = R_3(1+\varepsilon)$ avec $|\varepsilon| << 1$

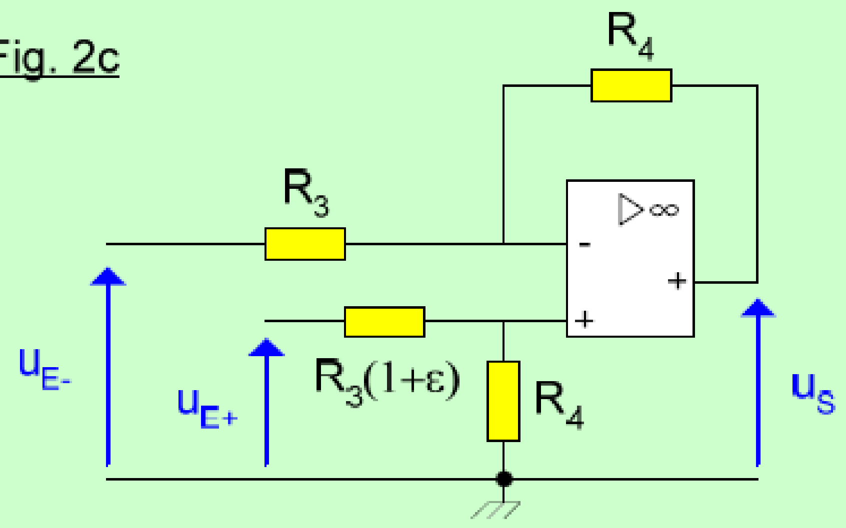
et $R_2 = R_4$

Alors :

$$A_C \approx -\varepsilon \frac{A_D}{1+A_D}$$

$$CMRR \approx 20\log\left|\frac{1+A_D}{\varepsilon}\right|$$

Fig. 2c



avec : $A_D \approx R_4 / R_3$

Le CMRR augmente avec l'amplification A_D.

A_D est légèrement modifiée (de l'ordre de ε).

- Justification :

Si $u_E = u_{E+} = u_{E-}$:

$$u_S = u_E\left(\frac{A_D R_3}{R_3(1+\varepsilon)+A_D R_3}\right)\left(\frac{R_3 + A_D R_3}{R_3}\right) - u_E(A_D)$$

$$= u_E A_D\left(\frac{1}{1+\dfrac{\varepsilon}{1+A_D}} - 1\right) \approx u_E\left(-\varepsilon\frac{A_D}{1+A_D}\right) \text{ car } \frac{1}{1+x} \approx 1-x \text{ pour } |x| << 1$$

$$A_C \approx -\varepsilon\frac{A_D}{1+A_D}$$

$$\text{CMRR} \approx 20\log\left|\frac{1+A_D}{\varepsilon}\right|$$

A.N. Calcul du CMRR

$R_2 = R_3 = R_4 = 10\ k\Omega$

a) $R_1 = 10{,}5\ k\Omega$

$$A_D \approx R_4 / R_3 = 1$$

$$\varepsilon = +0{,}05 = +5\ \%$$

$$A_C \approx -\ 0{,}025$$

$$CMRR \approx 32\ dB$$

b) $R_1 = 9{,}99\ k\Omega$

$$\varepsilon = -0{,}1\ \%$$

$$A_C \approx +\ 0{,}000\ 5$$

$$CMRR \approx 66\ dB$$

c) Conclusion

Le CMRR augmente quand la tolérance sur les résistances diminue.

A.N. $R_3 = 10\ k\Omega$; $R_4 = 101\ k\Omega$; $R_1 = 4{,}7\ k\Omega$ et $R_2 = 47\ k\Omega$

Calculer A_D , A_C et le CMRR.

$$A_+ = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{R_3 + R_4}{R_3}\right) = 10{,}091$$

$$A_- = \frac{R_4}{R_3} = 10{,}1$$

$$A_D = \frac{A_+ + A_-}{2} = 10{,}095$$

$$A_C = A_+ - A_- = -0{,}009$$

$$CMRR = 20 \log_{10}\left|\frac{A_D}{A_C}\right| = 61\ dB$$

1-5- Exemple : INA106 (Burr-Brown)

- Caractéristiques :

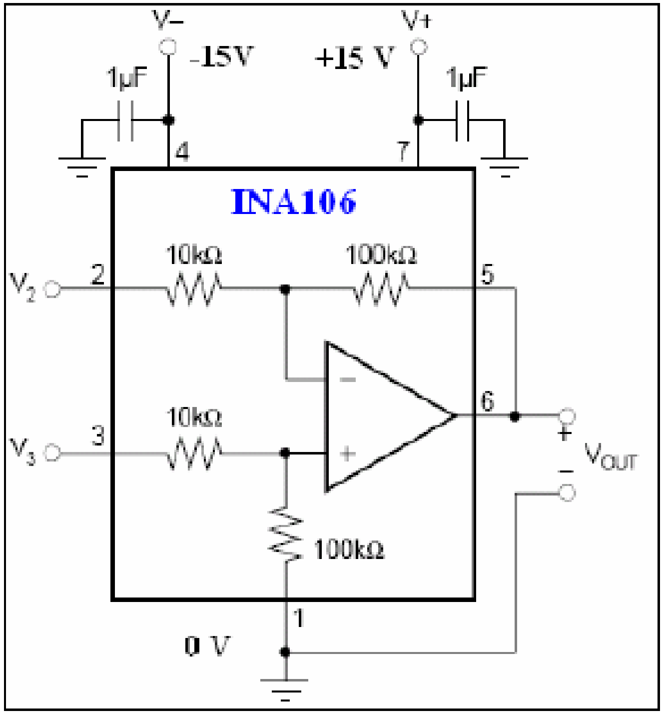
CMRR = 100 dB

Impédance différentielle d'entrée : 10 kΩ

A_D =

100 kΩ / 10 kΩ = 10

Fig. 3a



A.N. a) Estimer la tolérance sur les résistances.

$$\mathrm{CMRR} = 20\log\left(\frac{1+A_D}{\varepsilon}\right)$$

$$100\ \mathrm{dB} = 20\log\left(\frac{11}{\varepsilon}\right)$$

$$\varepsilon \approx 1\cdot 10^{-4} \approx 0{,}01\ \% \approx 100\ \mathrm{ppm}$$

Les résistances sont ajustées par laser.

b) Estimer la tolérance sur A_D.

10 ± 0,01 %

(± 0,01 % d'après le constructeur)

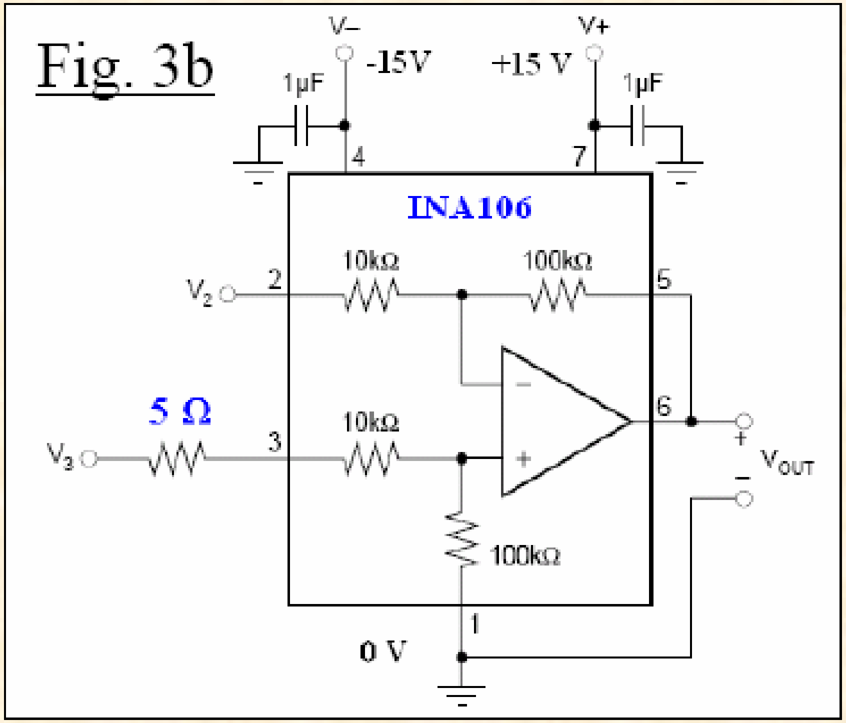
c) Influence de l'impédance de la source d'entrée

$$R_1 = 10\ k\Omega + 5\ \Omega = 10{,}005\ k\Omega$$

$$\varepsilon = 0{,}05\ \%$$

$$\text{CMRR} \approx 20\log\left(\frac{1+10}{0{,}0005}\right) \approx 87\ \text{dB}$$

(au lieu de 100 dB)



Le constructeur précise que l'impédance de la source d'entrée ne doit pas dépasser 10 Ω (soit 1/1000 de l'impédance différentielle d'entrée) pour ne pas dégrader le CMRR.

1-6- Remarque sur l'amplificateur opérationnel (A.O.)

Un A.O. est par nature un amplificateur de différence, à très forte amplification.

- Exemple : µA741

$A_D = 200\,000$

CMRR = 90 dB

A.N. Calculer A_C.

$$|A_C| = \frac{|A_D|}{10^{\frac{CMRR}{20}}} = \frac{200000}{10^{4,5}} \approx 6$$

2- L'amplificateur d'instrumentation (A.I.)

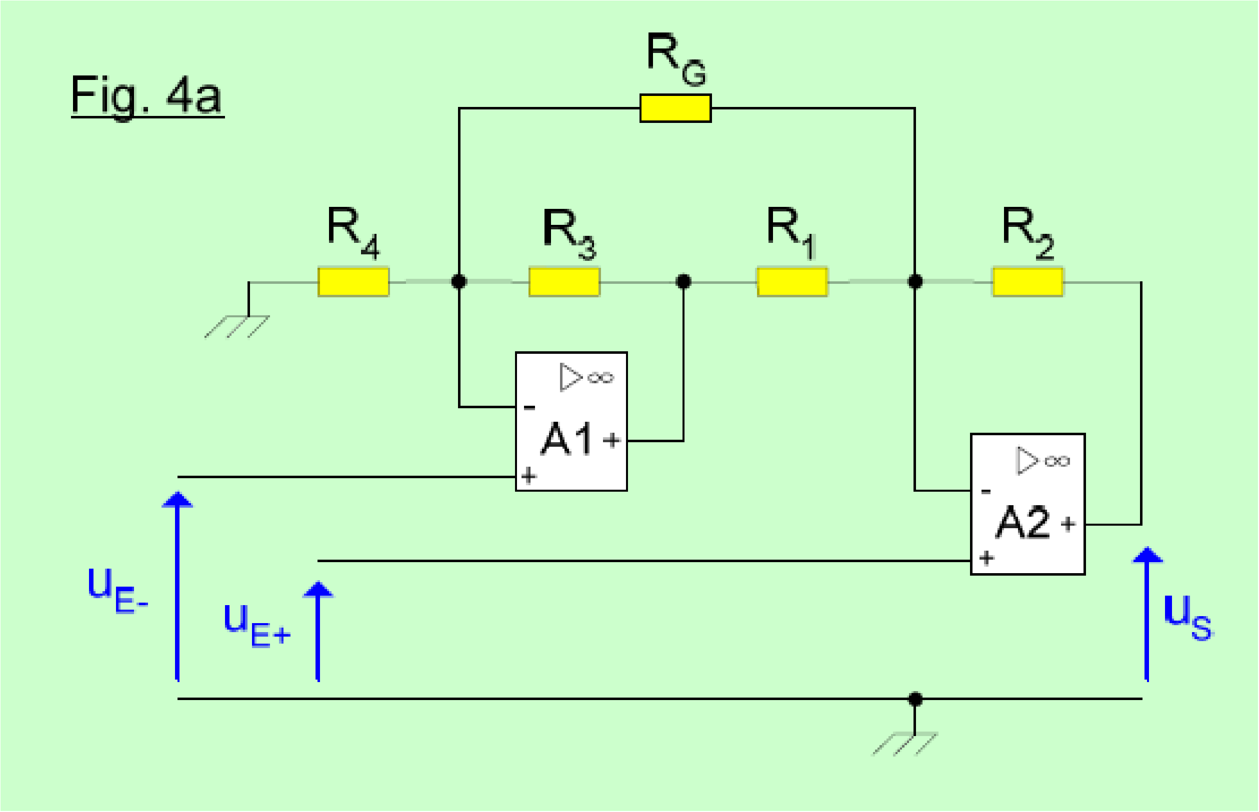
Le rôle de l'amplificateur d'instrumentation est le même que celui de l'amplificateur de différence.

Cependant, on choisira :

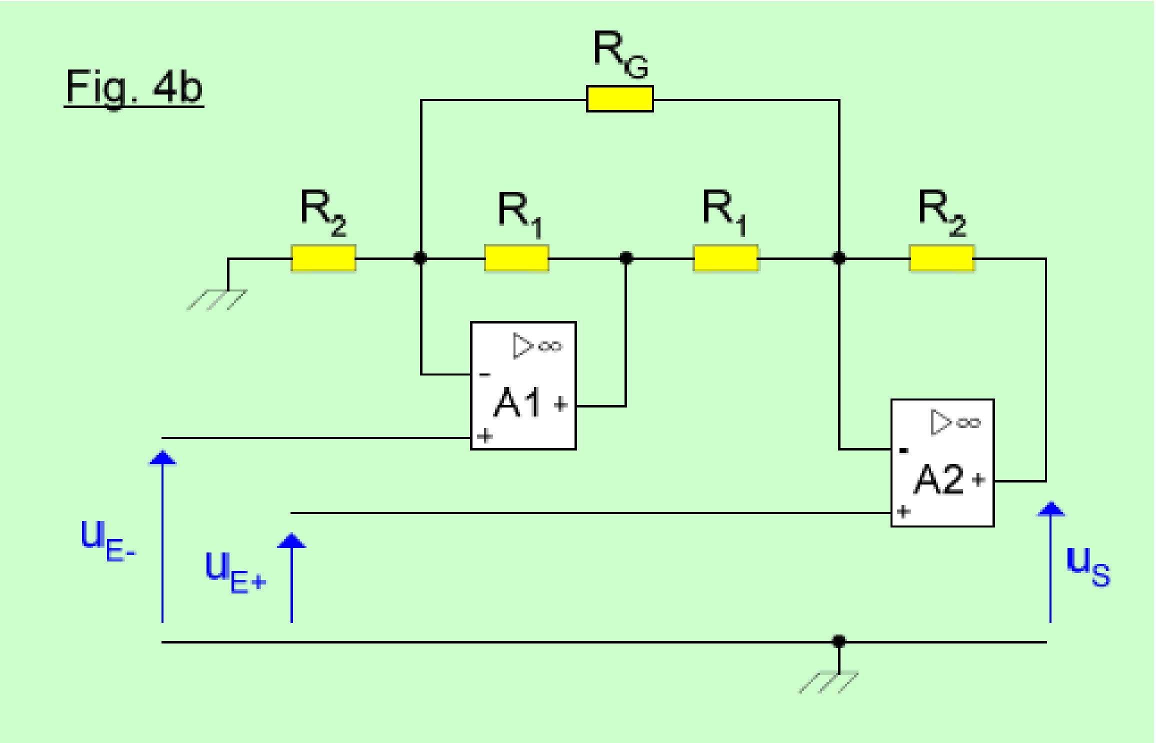
- l'amplificateur de différence si la source d'entrée est à faible impédance

- l'amplificateur d'instrumentation si la source d'entrée est à grande impédance

2-1- Structure à deux amplificateurs opérationnels



Si $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$ alors :



$$\boxed{A_D = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G}}$$

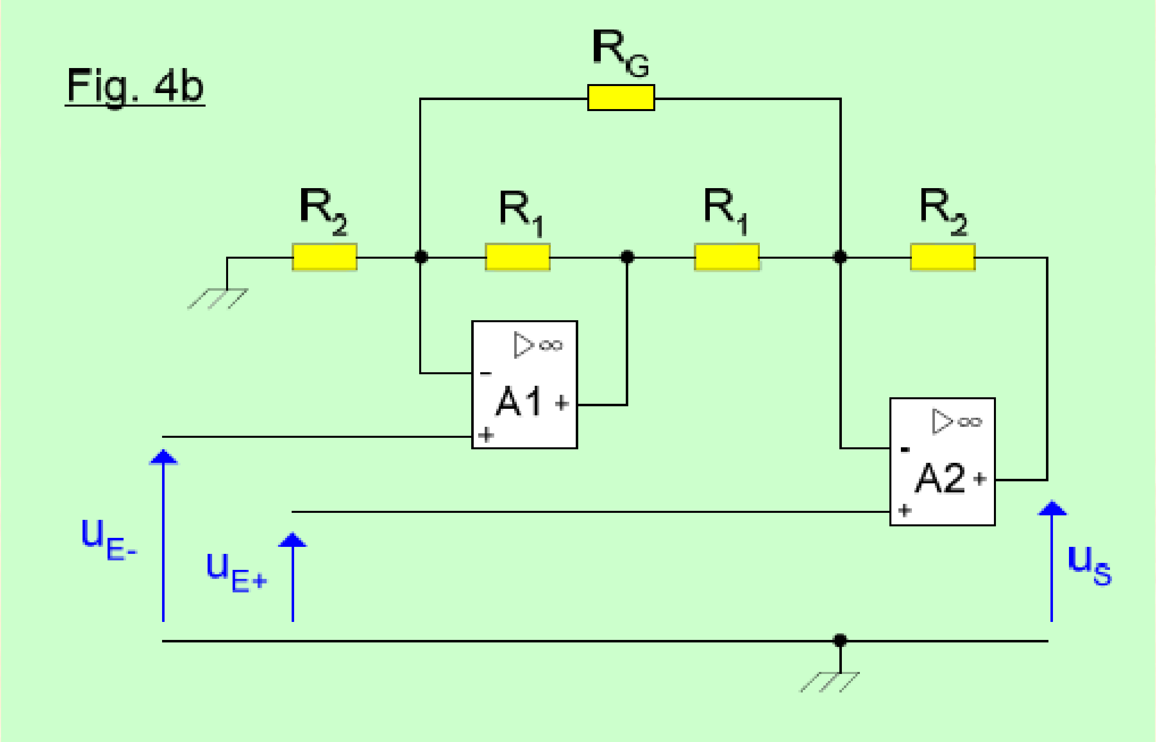
R_2 = 1 ohm

La tolérance sur les résistances limite le CMRR.

Le CMRR augmente avec l'amplification A_D.

- Justification

Les A.O. sont en régime linéaire.



$$u_{E-} = v_{A1-}$$

$$u_{E+} = v_{A2-}$$

Théorème de Millman :

$$u_{E-} = \frac{\dfrac{v_{A1s}}{R_1} + \dfrac{u_{E+}}{R_G}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_G}} \qquad u_{E+} = \frac{\dfrac{v_{A1s}}{R_1} + \dfrac{u_S}{R_2} + \dfrac{u_{E-}}{R_G}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_G}}$$

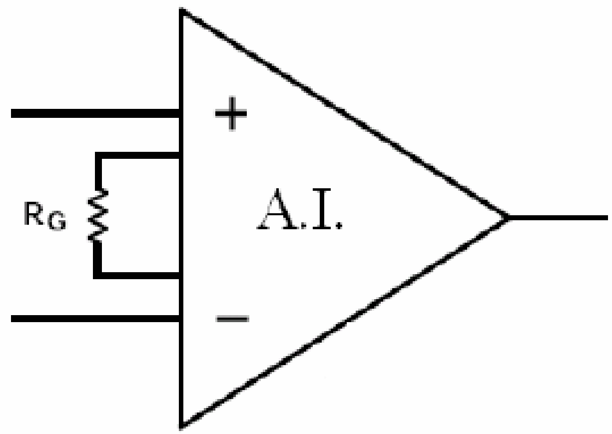
$$u_{E+} - u_{E-} = \frac{\left(\frac{v_{A1s}}{R_1} + \frac{u_S}{R_2} + \frac{u_{E-}}{R_G}\right) - \left(\frac{v_{A1s}}{R_1} + \frac{u_{E+}}{R_G}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}} = \frac{\frac{u_S}{R_2} - \frac{u_{E+} - u_{E-}}{R_G}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}}$$

$$u_S = R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G}\right)(u_{E+} - u_{E-}) = A_D(u_{E+} - u_{E-})$$

$$\boxed{A_D = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G}}$$

• Symbole de l'amplificateur d'instrumentation

Fig. 6



• Exemples d'application

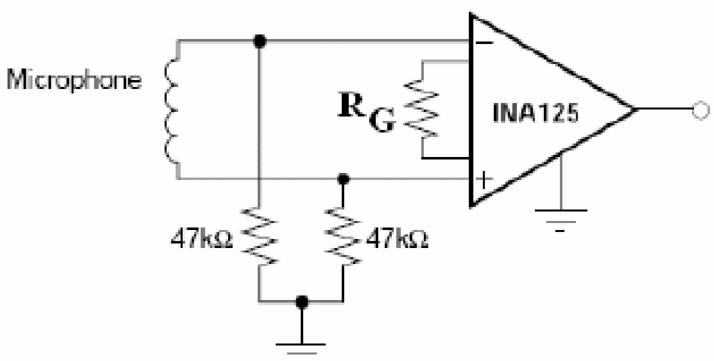


Fig. 7a

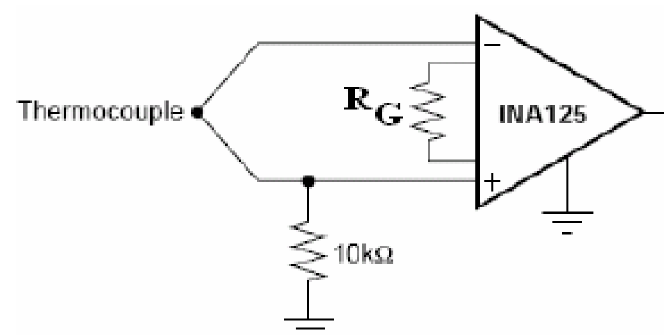


Fig. 7b

2-2- Structure à trois amplificateurs opérationnels

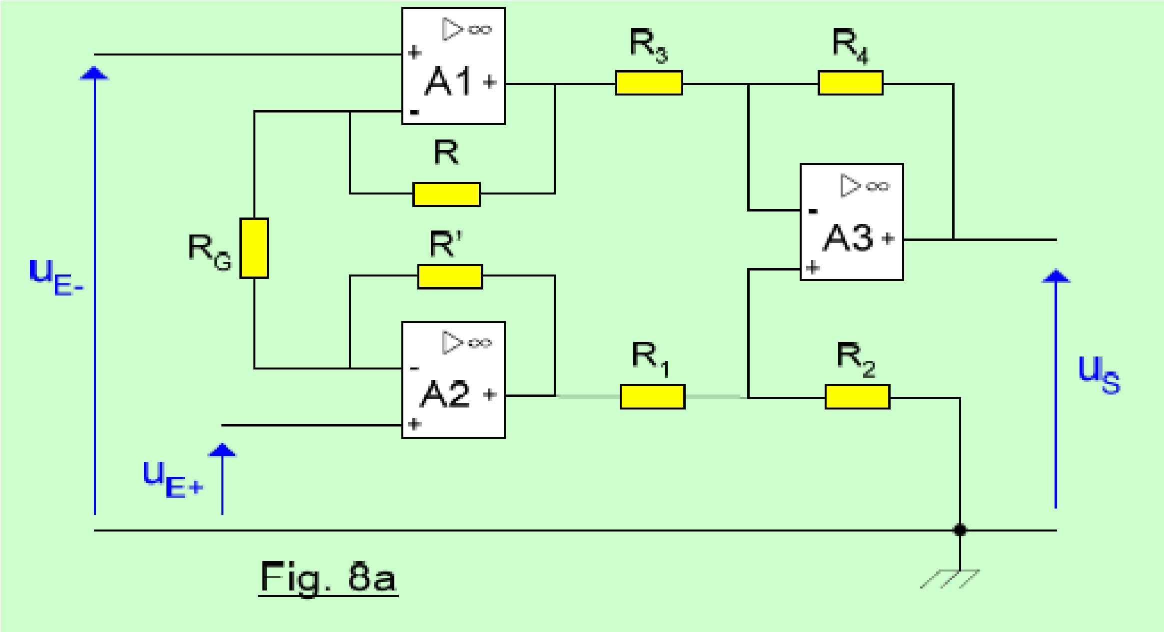


Fig. 8a

Si $R = R'$, $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$ alors :

$$\boxed{A_D = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{2R}{R_G}\right)}$$

Le CMRR augmente avec l'amplification A_D.

• Justification

1) Etage d'entrée

Théorème de superposition

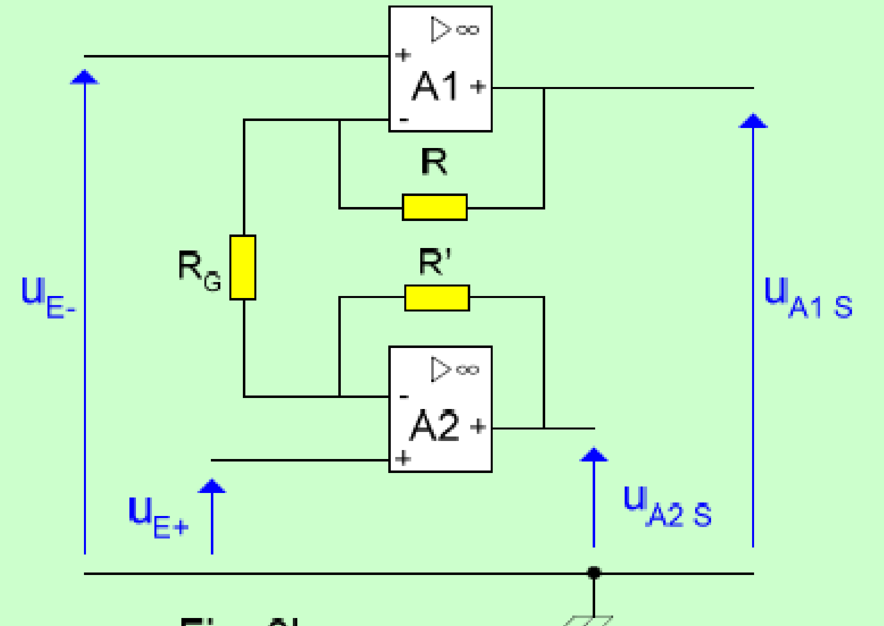


Fig. 8b

• $u_{E-} = 0$ V

On reconnaît un amplificateur non inverseur (A2) et un amplificateur inverseur (A1) :

$$u_{A2S} = \left(1 + \frac{R'}{R_G}\right) u_{E+} \qquad u_{A1S} = -\frac{R}{R_G} u_{E+}$$

• $u_{E+} = 0$ V. On reconnaît un amplificateur non inverseur (A1) et un amplificateur inverseur (A2) :

$$u_{A1S} = \left(1 + \frac{R}{R_G}\right) u_{E-} \qquad u_{A2S} = -\frac{R'}{R_G} u_{E-}$$

$$u_{A1S} = -\frac{R}{R_G} u_{E+} + \left(1 + \frac{R}{R_G}\right) u_{E-} = u_{E-} - \frac{R}{R_G}(u_{E+} - u_{E-})$$

$$u_{A2S} = -\frac{R'}{R_G} u_{E-} + \left(1 + \frac{R'}{R_G}\right) u_{E+} = u_{E+} + \frac{R'}{R_G}(u_{E+} - u_{E-})$$

$$u_{A2S} - u_{A1S} = \left(1 + \frac{R'}{R_G} + \frac{R}{R_G}\right)(u_{E+} - u_{E-})$$

- Autre méthode

A.O. en régime linéaire.

Théorème de Millman :

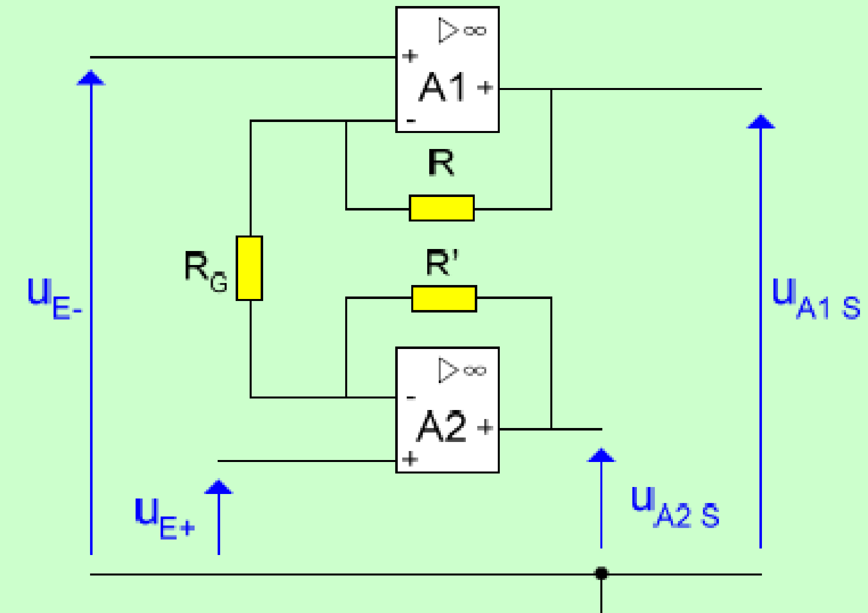


Fig. 8b

$$u_{E-} = \frac{\dfrac{u_{A1S}}{R} + \dfrac{u_{E+}}{R_G}}{\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R_G}} = \frac{R_G u_{A1S} + R u_{E+}}{R_G + R}$$

$$u_{E+} = \frac{\dfrac{u_{A2S}}{R'} + \dfrac{u_{E-}}{R_G}}{\dfrac{1}{R'} + \dfrac{1}{R_G}} = \frac{R_G u_{A2S} + R' u_{E-}}{R_G + R'}$$

$$\Rightarrow u_{A2S} - u_{A1S} = \left(1 + \frac{R'}{R_G} + \frac{R}{R_G}\right)(u_{E+} - u_{E-})$$

Si R = R ' : $$u_{A2S} - u_{A1S} = \left(1 + \frac{2R}{R_G}\right)(u_{E+} - u_{E-})$$

2) Etage de sortie

Il s'agit d'un amplificateur de différence.

Si $R_2 = R_4$ et $R_1 = R_3$ alors : $$u_S = \frac{R_4}{R_3}(u_{A2S} - u_{A1S})$$

$$\boxed{A_D = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{2R}{R_G}\right)}$$

• Exemple : INA114

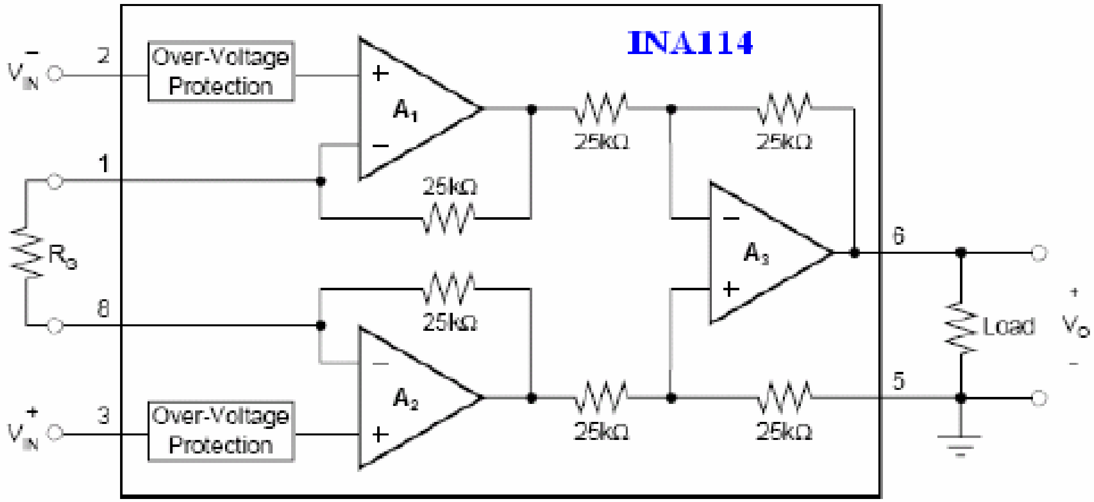


Fig. 9

$$R = R_3 = R_4 = 25\ \text{k}\Omega$$

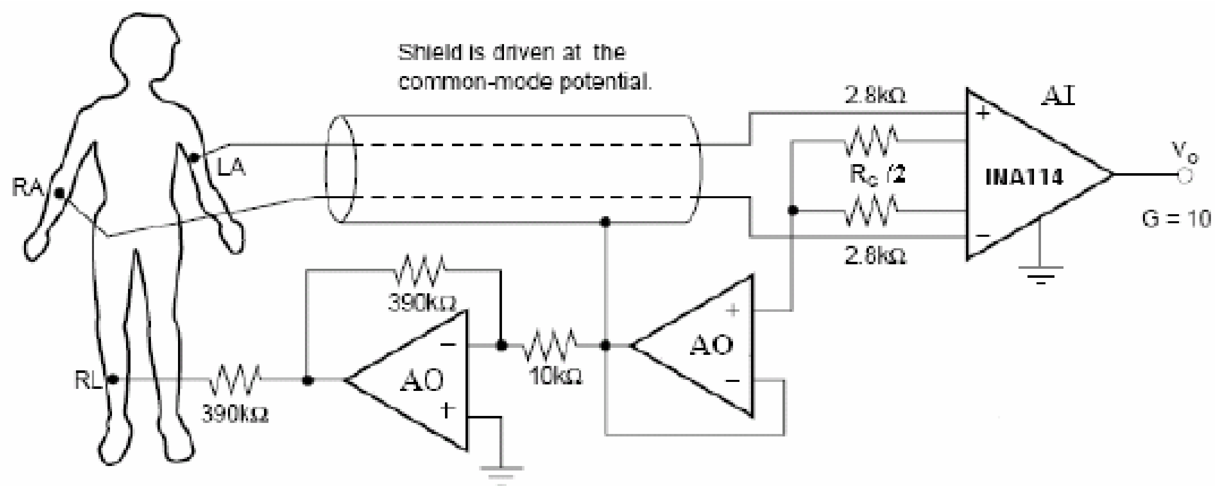
$$\boxed{A_D = 1 + \frac{50\ \text{k}\Omega}{R_G}}$$

A.N. Que vaut l'amplification si on ne connecte pas de résistance R_G ?

$R_G = \infty$ $\qquad\qquad A_D = 1$

• Application : ECG (électrocardiographe)

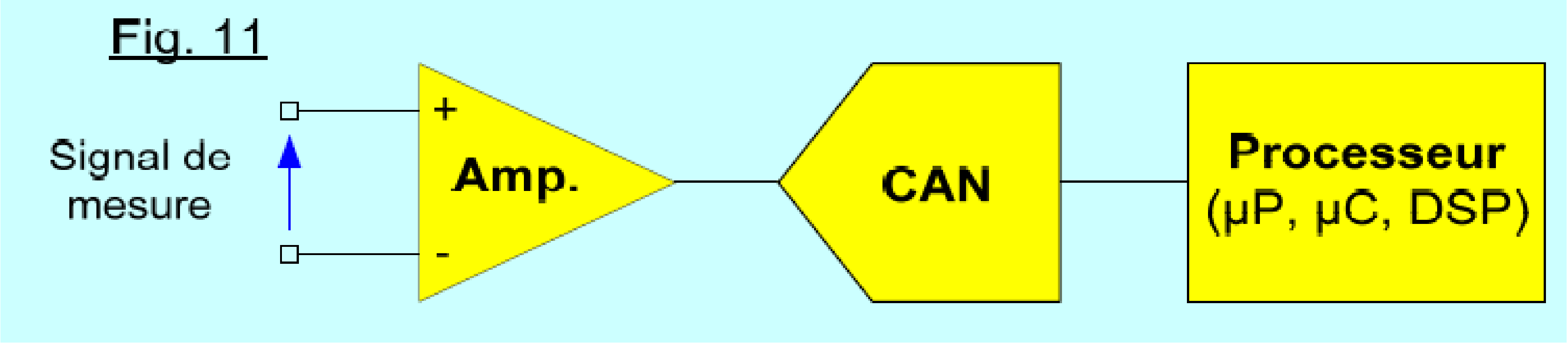
On cherche à visualiser l'activité électrique du cœur (mV).
Un A.I. est nécessaire pour extraire efficacement ce signal :



ECG Amplifier With Right-Leg Drive.

Fig. 10

3- Rôle dans la chaîne de mesure



Le ***signal de mesure*** est un signal électrique.

Si ce n'est pas le cas, un ***capteur*** convertit la grandeur physique à mesurer en une grandeur électrique.

Exemple de capteurs : microphone, thermocouple, jauge d'extensométrie, photodiode …

L'A.I. ou l'A.D. est intercalé entre le signal de mesure et le CAN (convertisseur analogique → numérique).

Merci